نشریه علمی- ترویجی مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، دوره هشتم، شماره ۴، آبان ماه ۱۳۹۶

کشف نواحی فاقد پوشش شبکه‌های حسگر بیسیم متحرک برمبنای کوهمولوژی هارمونیک‌ها

شیما توری[۱]، فرید کریمی‌پور[*۲]، عبدالرضا صفری[۳]

[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد سیستم‌های اطلاعات مکانی - دانشکده مهندسی عمران - دانشگاه تحصیلات تکمیلی فناوری پیشرفته کرمان
st69626@yahoo.com

[۲] استادیار دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران
fkarimipr@ut.ac.ir

[۳] دانشیار دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران
asafari@ut.ac.ir

(تاریخ دریافت تیر ۱۳۹۶، تاریخ تصویب مرداد ۱۳۹۶)

چکیده

در سال‌های اخیر، استفاده از داده‌های شبکه‌های حسگر بیسیم به عنوان منبعی ایده‌آل از نظر سرعت، دقت و هزینه، به منظور مطالعات سطح زمین مورد توجه قرار گرفته است. یکی از مهم‌ترین چالش‌های این حوزه، مساله پوشش شبکه و یافتن حفره‌های سیگنالی می‌باشد. در تحقیقات پیشین، غالبا از روش‌های احتمالی یا فرض‌های پیچیده برای این منظور استفاده شده است. همچنین محاسبات سنگین و زمان‌بر آنها مانع از پیاده‌سازی به هنگام الگوریتم‌ها، بخصوص در بحث حسگرهای پویا می شود. این مقاله روش جدید مقرون به-صرفه و پربازده‌ای را به منظور تشخیص مکان‌های فاقد سیگنال، با استفاده از ابزارهای توپولوژی جبری و هارمونیک‌ها ارائه نموده است. روش پیشنهادی، یک روش جدید و منحصر به‌فرد است چرا که این ابزارها، فاقد مختصات بوده و فرض بر این است که گره‌ها، به منظور کاهش هزینه‌ها، فاقد قابلیت‌های مکان‌دهی و جهت‌یابی می‌باشند. در روش پیشنهادی ابتدا فضای پوچ اولین لاپلاسین بررسی می‌شود. این فضا برابر است با اولین (کو)همولوژی، که اگر مقداری جزئی باشد شبکه دارای پوشش کامل خواهد بود. اما زمانی که (کو)همولوژی غیر جزئی شود، بیانگر وجود حفره در پوشش شبکه است. به بیانی دیگر، رنک ماتریس حاصل از هارمونیک‌ها برابر تعداد نواحی فاقد پوشش است. در ادامه، با استفاده از الگوریتم تقسیم و حل و با استفاده از ویژگی‌هایی از عناصر موجود در فضای پوچ، به بررسی مکان حفره یا حفره‌ها می‌پردازیم. از آنجا که تاکنون از این ابزارها جهت تشخیص نواحی فاقد پوشش در شبکه‌های متحرک استفاده نشده است، به منظور ارزیابی نتایج حاصل، تشخیص نواحی فاقد پوشش در یک شبکه حسگر متحرک محاسبه و مورد تحلیل قرار گرفت. نتایج نهایی حاکی از عملکرد دقیق و کارایی قدرتمند الگوریتم پیشنهادی است.

واژگان کلیدی: شبکه حسگر بیسیم، کوهمولوژی، همولوژی، پوشش، هارمونیک‌ها

---

* نویسنده رابط

۱- مقدمه

استفاده از داده‌های شبکه‌های حسگر بیسیم به عنوان منبعی ایده‌آل از نظر سرعت، دقت و هزینه، به منظور مطالعات سطح زمین مورد توجه قرار گرفته است. وظیفه اصلی یک حسگر شناسایی تشخیص و یا نشان دادن تغییرات فیزیکی خاصی است که در نزدیکی آن می‌باشد. در بیشتر موارد این تغییرات فیزیکی ابعاد بزرگی دارند که توسط یک حسگر قابل سنجش نیست. از این رو جهت نظارت بر چنین محیط‌هایی نیاز به استقرار شبکه‌ای از حسگرها داریم که در آن هر حسگر به عنوان یک گره قابلیت برقراری ارتباط با گره‌های اطراف و قابلیت تجزیه تحلیل داده‌ها را دارا می‌باشد. توپولوژی ذاتی شبکه حسگر، توپولوژی گراف است. اولین شرط داشتن یک شبکه حسگر، برقراری پوشش توسط آن شبکه است. تایید پوشش، چه ثابت باشد یا پویا، به طور ذاتی یک مشکل هندسی است و نیاز به اطلاعات هندسی هر گره شبکه، راه حلی برای محاسبات است.

روش‌هایی که تحقیقات قبلی مورد استفاده قرار گرفته‌اند غالبا در محیط‌های متحرک کاربرد ندارند. بعضی تحقیقات الگوریتم‌های پیوستگی و نگهداری از پوشش را ارائه داده‌اند اما بیشتر آنها از شبکه‌های پیچیده استفاده کرده‌اند یا پوشش به صورت موضعی در آن مورد بررسی قرارگرفته است [۱و۲]. همچنین بیشتر این روش‌ها برمبنای محاسبات متمرکز است که موجب پیچیدگی‌هایی در روند بررسی می‌باشد [۳]. یکی از روش‌هایی که در گذشته مورد بررسی قرار گرفته است محاسبات هندسی است. این روش نیازمند فرض‌های اولیه است و برای رفع معایب آن به روش‌های احتمالی روی آورده شده است. یک راهکار دیگر استفاده از مفهوم توپولوژی می‌باشد [۲] که با وجود مزایای آن، دارای محدودیت‌هایی است که ازآن جمله می‌توان به نیاز به فرض‌های دقیق درباره شکل قلمرو کاری و نیاز به توزیع یکنواخت حسگرها اشاره کرد. همچنین روش‌های قبلی علاوه بر هزینه‌بر بودن، قابلیت و کارایی خود را زمانی که گره‌ها متحرک باشند یا خاموش شوند از دست می دهند. از این رو نیاز به ابزاری کاربردی جهت استفاده در محیط‌های واقعی فارغ از احتمالات و فرض‌های متعدد، بسیار مورد توجه است.

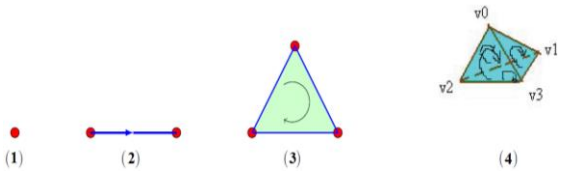
توپولوژی جبری که در بخش بعدی معرفی خواهد شد، قدرت تعیین حفره‌های پوششی را، تنها با دانستن گراف ارتباطی دارا است. اولین تحقیق جهت کشف حفره‌ها به این روش در [۱] ارائه شده است، که مساله مورد نظر در این روش با بهینه‌سازی حل می‌گردد. در [۲] یک رویکرد ابتدایی توپولوژیکی ارایه گردیده است که می‌توان محدوده حفره‌های داخلی و مرزی شبکه‌های حسگر بیسیم را تشخیص داد. این یک روش توزیعی ساده است که به کمک آن می‌توان مکان گره‌های نزدیک به مرز محدوده حفره را تعیین کرد. در [۳] نویسنده با استفاده ازمفاهیم سادک‌ها به تشخیص حفره پرداخته است. این روش، حتی زمانی که جزئی از اطلاعات مختصاتی حسگر در دسترس باشد، قابل استفاده و کارآمد است اما مشکل آن افزودگی داده و گره‌های تکراری است. ساخت مجموعه شکاف سادکی جهت محاسبه گراف ارتباطی در تحقیق‌های زیادی مدنظر قرار گرفته است[۴-۷]. نتایج این تحقیقات بیان می‌کند که اولین گروه همولوژی این سادک‌ها اطلاعاتی کافی را در مورد پوشش مهیا می‌سازد. طبق این مطالعات، دو ابزار کوهمولوژی و همولوژی ابزارهایی قدرتمند برای شمارش حفره‌ها می‌باشند. در همین زمینه الگوریتم مکان‌یابی حفره[۸]، قابلیت مکان‌یابی حفره‌ها را بدون دسترسی به اطلاعات متریک دارد. این مطالعه بر اساس محاسبات روی ژنراتوری معین از اولین همولوژی شبکه انجام می‌پذیرد. البته الگوریتم پیشنهادی تنها قابلیت یافتن کوچکترین حلقه از نظر طولی اطراف حفره را دارد.

در این مقاله، پس از تشکیل مجتمع شکاف، از تلفیق دوگان‌های توپولوژی جبری، همولوژی و کوهمولوژی با هارمونیک‌ها جهت تشخیص پوشش در یک شبکه حسگر پویا استفاده می‌کنیم. الگوریتم مورد استفاده در این تحقیق الگوریتم تقسیم‌وحل می باشد. تا آنجا که مطالعات پیشینه تحقیق نشان می‌دهد تا کنون این روش برای شبکه‌های حسگر متحرک استفاده نشده است. این روش به دلیل حجم کم ورودی‌ها و محاسبات، قابلیت به‌هنگام‌سازی دارد و به دلیل مخابرات کم بین حسگرها، نیاز به حافظه محدود باعث کاهش هزینه‌ها نیز می‌شود. نتایج نهایی حاکی از قدرت بالای این روش در تشخیص حفره‌های پوششی متحرک دارد.

ساختار ادامه مقاله بدین شرح است: در بخش دوم مفاهیم اولیه توپولوژی جبری ارائه می‌شود. در بخش سوم به شرح مرحله به مرحله روش پیشنهادی می‌پردازیم و در بخش چهارم یک نمونه عملی پیاده‌سازی شده را بیان می‌کنیم. در نهایت در بخش پنجم به بررسی نقاط قوت و ضعف این روش می‌پردازیم و پیشنهاداتی برای تحقیقات آتی در این زمینه ارائه می‌شود.

۲- مفاهیم توپولوژی جبری و سادک‌ها

توپولوژی شاخه‌ای از ریاضیات است که به بررسی فضاهای توپولوژیکی و خواص بنیادی فضا از جمله همبندی می‌پردازد. یک فضای توپولوژیک یک مجموعه از نقاط است، همراه با مجموعه‌ای از همسایگی‌ها. مجتمع‌های سادکی نمایشی از فضاهای توپولوژیکی هستند. یک ۰- سادک استاندارد مفهوم یک نقطه را دارد. ۱- سادک در واقع یک مقطع از خط است و ۲- سادک یک مثلث است و به همین ترتیب. تصویر۱ نمایشی از سادک‌ها از مرتبه ۰ تا ۴ می‌باشد. همچنین می‌توان آرایش خاصی از این سادک‌ها را باتعریف ترتیبی از k+1 نقطه بدست آورد.



شکل۱- نمایشی از سادک‌ها

تعریف۲-۱- دو سادک σ_i^k و σ_i^l می‌توانند با اجتماع به هم بپیوندند و مجتمع سادکی K را تشکیل دهند که فضای منتج از آن خارج قسمت رابطه زیر است:

$$\sigma_{ir}^m \sim \sigma_{js}^m \quad , \quad \sigma_{ir}^m \subset \sigma_i^k \quad , \quad \sigma_{js}^m \subset \sigma_j^l \qquad (۱)$$

که در آن:

$$K = \frac{\sigma_i^k \coprod \sigma_j^l}{\sim} \qquad (۲)$$

تعریف۲-۲- گروه آبلی درجه‌دار $\{C_k, \partial_k\}$ یک ترتیبی از گروه‌های آبلی آزاد $\{C_k\}$ است با همومورفیزم‌های $\partial_k: C_k \to C_{K-1}$ به نام عملگرهای مرز و δ^{-K} عملگر هم-مرز آن در کوهمولوژی می‌باشد:

$$\to C_n \xrightarrow{\partial_n} C_{n-1} \xrightarrow{\partial_{n-1}} \dots \xrightarrow{\partial_{k+1}} C_k \xrightarrow{\partial_k} C_{k-1} \dots C_0 \to 0 \qquad (۳)$$

$$\to C^*: \dots \to C^{-(K+1)} \xrightarrow[\delta^{-k-1}]{} C^{-(K)} \xrightarrow[\delta^{-k}]{} C^{-(K-1)} \dots \qquad (۴)$$

یک مجتمع زنجیره‌ای ، یک گروه آبلی درجه‌دار است که اپراتورهای مرز آن خاصیت زیر را برآورده سازند:

$$\partial_{k-1} \circ \partial_k = 0 \text{ یا } \partial^2 = 0 \qquad (۵)$$

تعریف۲-۳-با درنظرگرفتن مجتمع زنجیره‌ای $C = \{C_k, \partial_k\}$، k-امین گروه همولوژی $H_k(C)$ از مجتمع زنجیره‌ای و کوهمولوژی آن به صورت زیر می‌باشد:

$$H_k(C) = \frac{\mathrm{Ker}(\partial_k)}{\mathrm{Img}(\partial_{k+1})} \qquad (۶)$$

$$H^*(C^*) = \{H^*(C^*) = \frac{\mathrm{Ker}\ \delta^K}{\mathrm{Im}\ \delta^{K-1}} \qquad (۷)$$

تعریف۲-۴- با داشتن یک مجتمع زنجیری C، k-امین اپراتور لاپلاسین $L_k: C_k \to C_k$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L_k = \partial_{k+1} \circ \partial_{k+1}^* + \partial_k^* \circ \partial_k \qquad (۸)$$

که در آن ∂_k^* ماتریس الحاقی ∂_k است. زمانی که ضرایب استفاده شدند فضاهای زنجیری C_k فضاهایی برداری می‌شوند و عملگرهای مرز برای یک پایه معین، نمایشی ماتریسی خواهند داشت. نمایش ماتریسی برای ماتریس الحاقی ∂_k^* همان ترانهاده ∂_k است. در [۹و۱۰] نشان داده شده است که هسته عملگر لاپلاسین L_k با k-امین گروه همولوژی ایزومورف است. برای مثال :

$$\mathrm{Ker}(\partial_k) \cong H_k(C) \qquad (۹)$$

تصویر اپراتور مرزی δ_{n+1} همواره در مرز ∂_k می‌افتد، یعنی:

$$\mathrm{Im}(\partial_{k+1}) \subseteq \mathrm{Ker}(\partial_k) \qquad (۱۰)$$

پس نتیجه می‌شود که $\mathrm{Im}(\partial_{k+1})$ و $\mathrm{Ker}(\partial_k)$ هردو زیر فضای C_k هستند و دو زیر فضا از C_k هستند که با هم متفاوتند به صورت زیر تعریف می‌شوند:

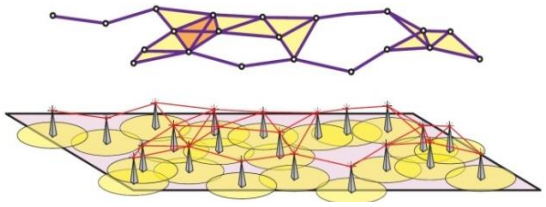
$Z_k(K) = \mathrm{Ker}(\partial_k)$: چرخه ها -k

$B_k(K) = \mathrm{Im}(\partial_{k+1})$: مرزها -k

به دلیل معادله‌ی $\partial_k \circ \partial_{k+1} = 0$، برای تمام $k \geq 0$ ،

$$B_k(K) \subseteq Z_k(K) \qquad (۱۱)$$

در نظر بگیرید که تعداد N حسگر به طور تصادفی در فضای مورد مطالعه توزیع شده‌اند. این حسگرها قابلیت حرکت دارند پوشش یک حسگر در هر گره یک قرص دایره‌ای به نام R_c^i فرض گردیده است که شعاع آن r_c است و گره v_i در مرکز قرص واقع است. اجتماع R_c^iها را با R_c نمایش می‌دهیم و آن را محدوده تحت پوشش شبکه می‌نامیم. مجتمع چک یک مجتمع سادکی است که به دقت محدوده پوشش را نمایش می‌دهد [۱۱]. با داشتن مجموعه $R_c = U_i R_c^i$ ، مجتمع چک R_c، $K_N(R_c)$، یک مجتمع سادکی خلاصه شده است که k-سادک‌های آن با تعداد تقاطع‌های غیر صفر k+1 عنصر از R_c برابرند. $K_N(R_c)$ توپولوژی R_c را دارد و اولین همولوژی $H_1(R_c)$ با اولین همولوژی $H_1(K_N)$ از محدوده‌ی پوشش ایزومورف است. از آنجا که محاسبه مجتمع چک نیاز به اطلاعات مکانی و مختصاتی دارد و فرآیندی پیچیده است، از یک نماینده تقریبی آن به نام شکاف و مجتمع‌های شکاف $K_P(R_c)$ استفاده می‌کنیم که از گراف ارتباطی حاصل خواهند شد. طبق تعریف مجتمع شکاف، هر گروه k در گراف ارتباطی، یک k-1-سادک در مجتمع شکاف می‌باشد. شعاع ارتباطی را $r_s=2r_c$ انتخاب می‌کنیم که r_c شعاع پوشش است. مجتمع شکاف $K_p^{r_s}$، تقریب خوبی برای K_N می باشد. پوشش در محدوده R_c با سایه مجتمع شکاف (R_s) هم‌ارز هموتوپیک است.



شکل۲- نمایشی از مجموعه گره‌های حسگری و مجتمع شکاف حاصل از آنها

در این مقاله سعی شده است تا بر اساس این مفاهیم به تشکیل گراف پایه و تشخیص حفره بپردازیم.

۳- روش پیشنهادی

در این بخش به معرفی روش پیشنهادی برای تعیین نواحی فاقد پوشش در شبکه حسگرها می پردازیم. یکی از روش‌هایی که در گذشته مورد بررسی قرار گرفته است محاسبات هندسی است[۱۲]. این روش نیازمند فرض‌های اولیه است و برای رفع معایب آن به روش‌های احتمالی روی آورده شده است[۱۳-۱۵]. یک راهکار دیگر استفاده از مفهوم توپولوژی بوده‌است که با وجود مزایای آن، دارای محدودیت-هایی است که ازآن جمله می‌توان به نیاز به فرض‌های دقیق درباره شکل قلمرو کاری و نیاز به توزیع یکنواخت حسگرها اشاره کرد. همچنین روش‌های قبلی علاوه بر هزینه‌بر بودن، قابلیت و کارایی خود را زمانی که گره‌ها متحرک باشند یا خاموش شوند از دست می‌دهند. از این رو نیاز به ابزاری کاربردی جهت استفاده در محیط‌های واقعی فارغ از احتمالات و فرض‌های متعدد، بسیار مورد توجه است. در این مقاله از یک الگوریتم توزیعی جهت تعیین سریع مکان حفره-ها استفاده شده است. الگوریتم تقسیم و حل [۸و۱۶و۱۷] یک روش کارا جهت تقسیم مساله، در اینجا حفره‌های پوششی شبکه حسگرها، به اجزای کوچکتر و حل مشکل در هر قسمت از آن، و در نهایت برآیند گیری از خروجی هر قسمت است. لازم به ذکر است که هیچ فرض اولیه یا اطلاعاتی از مکان حسگرها نداریم و تنها با استفاده از ابزارهای توپولوژی جبری (همولوژی یا کوهمولوژی) تعیین می‌کنیم که در شبکه حفره وجود دارد یا خیر. بدین منظور فضای پوچ اولین لاپلاسین را بررسی می‌کنیم. این فضا برابر است با اولین کوهمولوژی، که اگر مقداری جزئی باشد، شبکه دارای پوشش کامل خواهد بود. در صورت وجود حفره و غیر جزئی شدن اولین لاپلاسین، شبکه را به دو زیر شبکه تقسیم می کنیم، به نحوی که منجر به تخریب حفره‌ها نشود. در صورت وجود پوشش کامل در یک بخش، آن را حذف می‌کنیم و بخش دارای حفره دوباره به دو قسمت شکسته می شود. این روند تا رسیدن به جداره حفره‌ها ادامه می یابد. در ادامه به شرح هر مرحله می‌پردازیم.

۳-۱- تشکیل مجتمع شکاف و محاسبات هارمونیک‌ها

ابتدا مجتمع شکاف را بر روی حسگرهای شبکه تشکیل می‌دهیم. فضای پوچ اولین اپراتور مرز $\ker(\partial_1)$ برابر فضای ۱-چرخه‌ها می‌باشد. مفهوم چرخه همان دور گراف و عناصر آن عناصر هسته ∂_1 است. تصویر دومین عملگر مرز ∂_2، همان فضای ۱-مرزها می‌باشد. اولین فضای همولوژی $H_1(K)$ خارج قسمت $\frac{\mathrm{Ker}(\partial_1)}{\mathrm{Img}(\partial_2)}$ می‌باشد. هر چرخه c که به $\ker(\partial_1)$ متعلق باشد، متعلق به یک عنصر [c] در $H_1(K)$

می‌باشد. به طور ذاتی چرخه‌های همولوژ، همگی یک حفره مشترک را در بر می‌گیرند. یک چرخه c قابل انقباض است، اگر $[c] = 0$ باشد، یعنی هیچ حفره‌ای را در بر نگیرد. با استفاده از تعریف فضاهای همولوژی، مجموعه چرخه‌های قابل انقباض دقیقا همان تصاویر مجموعه مرزها، $\mathrm{Img}(\partial_2)$ می‌باشد که آن را با B نمایش می‌دهیم.

لاپلاسین ترکیبی مرتبه اول به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} &L_1 : c_1 \to c_1 \\ &L_1 = \partial_2 \partial_2^T + \partial_1^T \partial_1 \end{aligned} \tag{۱۲}$$

رابطه بین L_1 و H_1 در ادامه برای یک مجتمع سادکی بسیار پر مصرف است:

$$\mathrm{Ker}(L_1) \cong H_1 \tag{۱۳}$$

عناصر داخل $\mathrm{Ker}(L_1)$ به ۱-هارمونیک‌ها معروفند یا به طور خلاصه هارمونیک‌اند. جهت تعیین تعداد حفره‌ها در R_c، ما باید ابعاد $\mathrm{Ker}(L_1)$ رامحاسبه نماییم. سپس چک می‌کنیم که آیا L_1 مقدار ویژه صفر دارد یا خیر. از آنجاکه پوشش در محدوده R_c با R_s هم ارز هموتوپیک است، از اینرو تشخیص حفره‌ها در R_S همانند تشخیص آنها در R_c خواهد بود. سیستم پویای زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{dy(t)}{dt} = -L_1 y(t) \tag{۱۴}$$

دقت کنید که نقطه ثابت سیستم پویای بالا یک هارمونیک است. در [۹و۱۰] نشان داده شده است که سیستم پویای بالا به $y(0)$ همگرا می‌شود. یک نسخه گسسته از سیستم پویای بالا به این صورت می‌باشد:

$$y^{k+1} = y^k - \delta L_1 y^k \tag{۱۵}$$

در صورت وجود حفره، شبکه را به دو زیر شبکه تقسیم می‌کنیم، به نحوی که منجر به تخریب حفره‌ها نشود. در ادامه به توضیح مراحل تقسیم‌بندی می‌پردازیم.

۳-۲- تشکیل مجموعه پایه ۱-چرخه های Z

جهت تشکیل درخت پوشا [۱۸و۱۹]، $E_T \subseteq E$ و $T = (V, E_T)$ ابتدا یک گره پایه اختیاری به نام v_r انتخاب می‌کنیم. برای مثال می‌توان گره با بیشترین شاخص را انتخاب نمود. گره پایه یک بسته پیام اولیه را مخابره می‌کند و تمام گره‌های مجاور آن نیز بسته را به گره‌های مجاور خود مخابره می‌کنند. جهت جلوگیری از افزونگی داده هر گره تنها یک بار امکان دریافت پیام را دارد پس زیر شاخه‌های هر گره تنها با ارسال بسته تعیین و درخت پوشا برای لحظه t_1 تشکیل می‌شود. یک گره v_i زیر شاخهی گره v_j است، اگر بسته‌ای که از v_j به v_i مخابره می‌شود، نسبت به سایر گره‌ها دارای حداقل فاصله‌ی جهش باشد (بسته‌ی v_j پیش از بسته‌ی سایر گره‌ها به v_i ارسال شود). در این زمان درخت کمینه تشکیل می‌شود و شناسه‌های تمامی قسمت‌ها به گره پایه ارسال می‌گردد. مرحله بعد تشکیل چرخه‌ها می‌باشد. برای لبه $e = (v_1, v_2) \in E \backslash E_T$ ، فرض کنید p_1 یک مسیر در T باشد که v_r را به v_1 متصل کند و p_2 یک مسیر در T باشد که v_2 را به v_r متصل کند. آنگاه مسیر (p_1,e,p_2) یک چرخه در G است و $\gamma(T, e)$ نشان دهنده یک چرخه‌ی متناظر آن است. مجموعه ۱-چرخه های Z، که به صورت $Z = \cup_{e \in E \backslash E_T} \gamma(T, e)$ می‌باشد، یک پایه برای تمامی ۱-چرخه‌ها تشکیل می‌دهد.

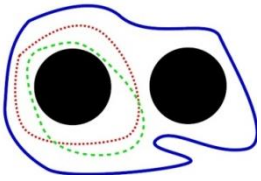
۳-۳- تشکیل مجموعه چرخه‌های غیر قابل انقباض P

جهت تشخیص چرخه‌های قابل انقباض [۱و۹]، به محاسبه انتگرال هارمونیک‌ها بر روی چرخه‌ها نیاز داریم. فرض کنید $c \in Z$ یک چرخه در Z باشد و y یک هارمونیک باشد که با تکرار (11) تولید شده باشد آنگاه $c \in B \Leftrightarrow \langle y, c \rangle = 0$ با احتمال۱ [۸]. این موضوع به ما این امکان را می‌دهد که به آسانی تمام چرخه‌های غیر قابل انقباض Z راشناسایی کنیم. توجه داشته باشید که برای $c_1, c_2 \in Z$، با این تعریف ، c_1 و c_2 همولوژاند اگر و تنها اگر $c_1 - c_2 \in B$ و $c_1 + c_2 \in B$ باشد. همچنین اگر $c_1, c_2 \in Z$ دو چرخه در Z باشند، c_1 با c_2 همولوژ است اگر و تنها اگر $|\langle y, c_1 \rangle| = |\langle y, c_2 \rangle|$ با احتمال ۱. در عمل گره پایه پیامی را آغاز می‌کند که ضمن محاسبه انتگرال برای هر گره مسیری را به پایین درخت می‌پیماید. جهت محاسبه انتگرال به روش زیر عمل می‌نماییم:

۱- محاسبه ی تابع انتگرال $f: V \to \mathbb{R}$ بر روی گره‌هایی که $f(v_i) = \langle y, \pi(p_i) \rangle$، که در آن p_i مسیری در T است که گره پایه v_r را به v_i متصل می‌کند.

۲- برای یک چرخه $\gamma(T, e) \in Z$ و $e = (v_i, v_j)$ ، انتگرال به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\langle y, \gamma(T, e) \rangle = f(v_j) + \langle y, e \rangle - f(v_k) \tag{۱۶}$$



شکل۳- چرخه‌های قرمز و سبز با یکدیگر همولوژاند. چرخه آبی با هیچکدام همولوژ نیست. هر یک از چرخه‌های قرمز و آبی یک پایه همولوژی را تشکیل می‌دهند. همگی این چرخه‌ها غیر قابل انقباض‌اند

۳-۴- انتخاب مجموعه مولد همولوژی

در این بخش به بحث درباره انتخاب زیر مجموعه کمینه H از P ، مولدهای همولوژی [۸و۹] می‌پردازیم. یک مجموعه از چرخه‌های $\{c_i\} \in P, i = i_1 \dots i_m$ را داریم که همه مجموعه‌های آنها همولوژی مرتبط دارند. برای داشتن H، به چرخه‌هایی از P نیاز داریم که اختلاف هر یک از آن چرخه‌ها و ترکیب خطی چرخه‌های پیش از آنها انقباض-پذیر باشد. در عمل ابتدا برای مجموعه مولد چرخه‌های $H = \{c_i\}$ ، $i \neq j$ ، $|c_i \pm c_j| < |c_j|$، c_j را به جای $c_i \pm c_j$ قرار می‌دهیم. در اینجا | . | به مفهوم فاصله جهش است و این روند برای $i = 1$ تا $i = b_1$ ادامه می‌یابد. دقت کنید که غیر وابسته بودن خطی چرخه‌ها در H با این کار تحت تاثیر قرار نمی‌گیرد. برای این ایده فرض می‌کنیم گره‌های انتهایی v_i و v_j از چرخه $c = \gamma(e, T)$ و $c \in H$ و $e=(v_1,v_2)$ روی بهترین چرخه قرار دارند. کوتاه‌ترین چرخه را از میان مجموعه چرخه‌های همولوژ P انتخاب می‌کنیم. برای هر چرخه c در H ، یکی از گره‌های انتهایی را به عنوان گره پایه انتخاب می‌کنیم. یک درخت جدید 'T را می‌سازیم و کوتاه‌ترین چرخه $e \in E \backslash E_T$ و $c' = \pi(\gamma(e, T'))$ را انتخاب می‌کنیم که $|\langle y, c\rangle| = |\langle y, c'\rangle|$ و y یک هارمونیک است. می‌دانیم که چرخه‌های c و 'c با یکدیگر همولوژ هستند. اگر کوتاه‌ترین چرخه در [c] در مجموعه $\{\pi(\gamma(e, T'))\}$ و $e \in E \backslash E_T$ باشد، به جواب رسیده‌ایم. هر یک از این چرخه‌های غیر قابل انقباض کمینه، نشان‌دهنده یک حفره است.

۳-۵- تقسیم شبکه

همانطور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، در صورتی که همولوژی از رتبه ۱ نباشد، باید ابتدا شبکه شکسته شود و به دو بخش تقسیم گردد تا مطمئن شویم که چرخه‌های کمینه تنها یک حفره را در بر گرفته‌اند. از طرفی دیگر اگر K_X یک همولوژی جزئی داشته باشد، به عنوان مثال هیچ حفره‌ای را در برنگیرد، بررسی و تقسیم X را متوقف می‌کنیم. جهت بررسی روند شکست شبکه فرض می‌کنیم که انتگرال تابع F و درخت T_X ساخته شده باشند. اگر برای مقدار انتگرال هر گره بیش از یک مقدار بدست بیاید، باید شبکه را به دوزیر شبکه مجزا تقسیم کنیم. اگر تمامی مقادیر انتگرال ها صفر باشد ، آنگاه تقسیم‌بندی زیرشبکه متوقف می شود. جهت انجام این کار ابتدا یک جفت گره‌ای که از هم بیشترین فاصله را دارند انتخاب می‌کنیم. خط اصلی را در فاصله‌ای مساوی از دو گره رسم می‌نماییم. این دو گره به عنوان گره‌های قطری نام‌گذاری می‌شوند و گره‌های دارای فاصله مساوی با آنها گره‌های مرزی می‌باشند. برای یک زیر گراف مفروض X و گره‌های قطری v_1 و v_2 گره‌های مرزی را انتخاب می‌نماییم.

$$V_Y = \{v, |d(v, v_1) - d(v, v_2)| \leq 1\} \quad (۱۷)$$

V_y مجموعه‌های

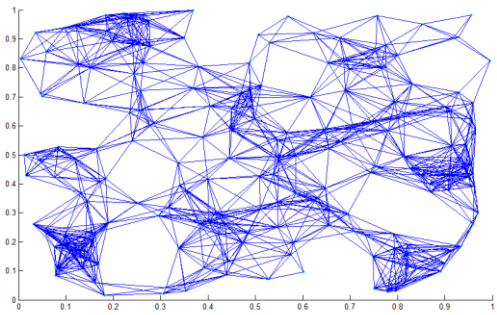
$$V_{X_1} = \{v, d(v, v_1) - d(v, v_2) > 1\} \quad (۱۸)$$

$$V_{X_2} = \{v, d(v, v_1) - d(v, v_2) < -1\} \quad (۱۹)$$

را تفکیک می‌کند. یک ویژگی مهم که چنین مرزی باید داشته باشد این است که باید توپولوژی را حفظ کند. فرض کنید فرآیند تفکیک، مجموعه زیر شبکه‌های $i = 1 \dots m$ و $\chi = \{X_i\}$ را تشکیل دهد، آنگاه یک پایه وجود دارد $[c_j]$ ، $j = 1, \dots, b$ ، برای $H_1(K_{G_i^\epsilon})$، که $\forall [c_j]$ ، $c_j =$ $\pi(\rho_j)$ که در آن ρ_j یک سیکل است که کاملا در یکی از زیر شبکه‌های χ قرار می‌گیرد در حقیقت هر زیر شبکه دارای هیچ سیکل غیر قابل انقباضی نیست، یا کاملا از یک سیکل تک ساخته شده است.

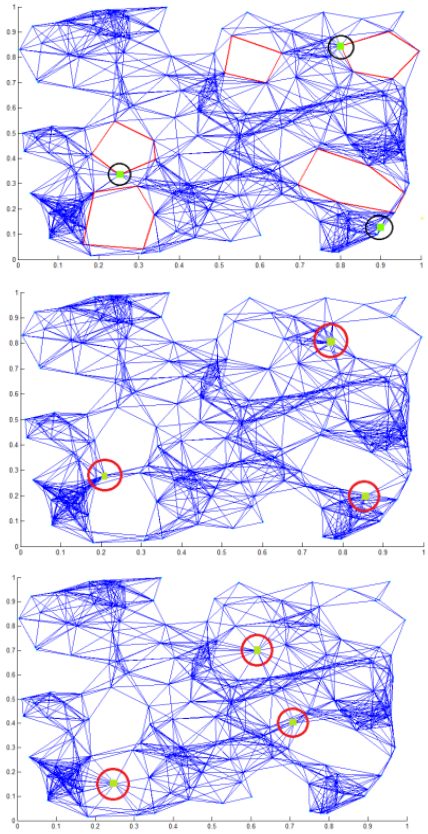
۴- ارزیابی نتایج عملی

در این فصل به ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی برای اطلاع از پوشش در شبکه‌های حسگر بیسیم پویا می‌پردازیم و پتانسیل توپولوژی جبری را در ارائه چارچوبی برای بررسی مشکلات پوشش در حسگرهای متحرک می‌سنجیم.



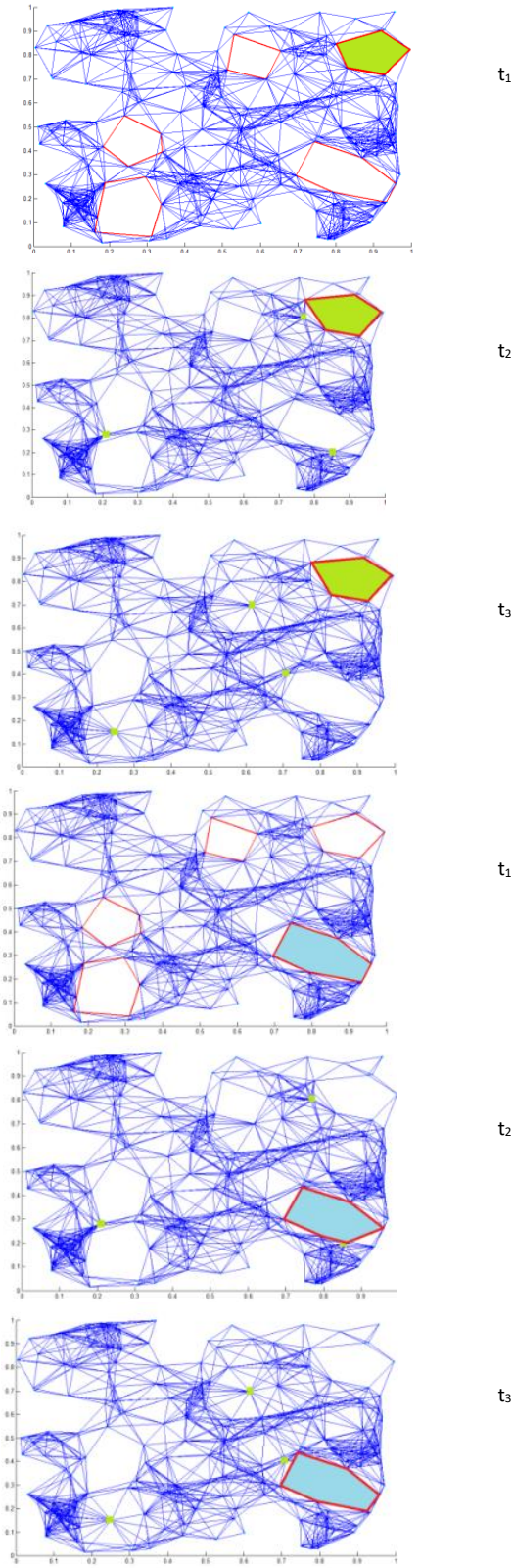
شکل۴- شبکه مورد مطالعه

ابتدا یک گره پایه انتخاب می‌کنیم. در این تحقیق گره با بیشترین شاخص لبه را انتخاب نمودیم. گره پایه یک بسته پیام اولیه را مخابره می‌کند و تمام گره‌های مجاور آن نیز بسته را به گره‌های به فاصله ۱-جهش خود مخابره می‌کنند و درخت پوشا ضمن محاسبات انتگرال برای هر گره، از گره ابتدایی تا آخرین شاخه درخت پوشا جریان می‌یابد. اگر برای مقدار انتگرال هر گره بیش از یک مقدار بدست بیاید، باید شبکه را به دوزیر شبکه مجزا تقسیم کنیم. اگر تمامی مقادیر انتگرال‌ها صفر باشد، آنگاه تقسیم‌بندی زیر شبکه متوقف می‌شود. برای انجام شبیه‌سازی خود از یک شبکه حسگر متحرک استفاده نمودیم (شکل۴). شبکه شامل ۲۰۰ حسگر مشابه، با قابلیت حرکت دینامیکی با سرعت متوسط پنج متر بر دقیقه است، که به صورت تصادفی در یک محیط مربعی شکل به ابعاد یک کیلومتر در یک کیلومتر توزیع شده اند. درجه متوسط هر گره ۱۵ می‌باشد.



شکل۵- حرکت محسوس سه گره در شبکه حسگرها در بازه زمانی t_1 تا t_3

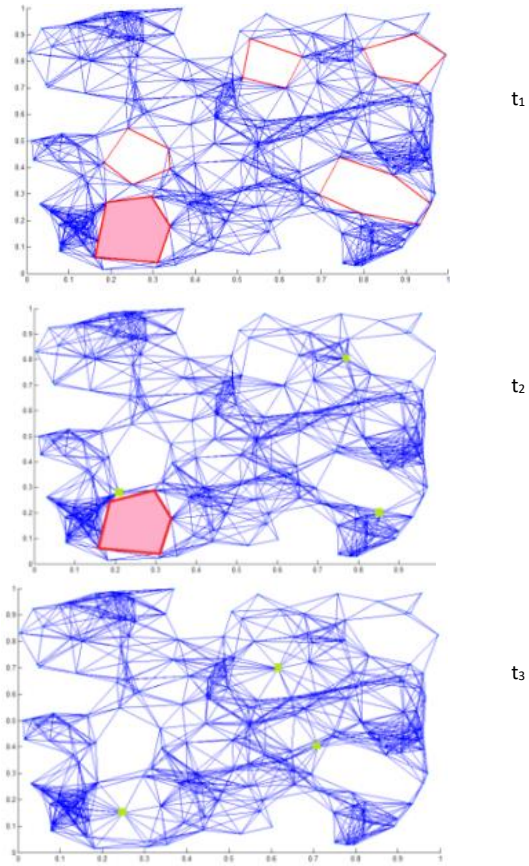
این گره‌ها قابلیت حرکت دارند. به جهت سهولت در مشاهده نتایج، فرض می‌کنیم که از لحظه t_1 تا لحظه t_3 تنها سه حسگر با سرعت در حال حرکت می‌باشند (شکل۵) و بقیه اجزای شبکه در این مقطع زمانی حرکت محسوسی نداشته‌اند. شعاع حسگری در این شبکه ۱۵۴ متر می‌باشد. تغییرات توپولوژی و پوشش را ضمن حرکت این سه حسگر در شبکه بررسی خواهیم نمود. لازم به ذکر است که حسگرها هیچ اطلاعی از مکان و مختصات خود ندارند و تنها قادر به درک همسایگان ۱-جهش خود از طریق سیگنال دریافتی هستند.



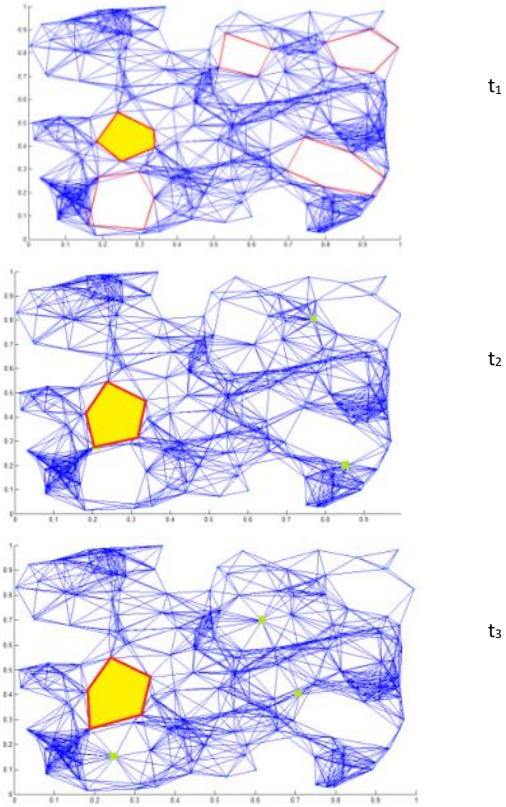
شکل۶- جریان هارمونیک بر روی حفره‌های ۱ (سبز) و۲ (آبی) از لحظه t_1 تا t_3

همانطور که در شکل۶ قابل مشاهده است، در ابتدا حسگر شماره۲ بر روی پوش محدب حفره ۱ قرار داشته است. با حرکت این حسگر از لحظه اول تا دوم، آرایش حسگرهای دربرگیرنده مکان فاقد، پوشش تغییر کرده است ولی تفاوتی در رتبه مشاهده نمی‌کنیم که نتیجه ی آن عدم تغییر توپولوژی حفره خواهد بود. به همین ترتیب در حفره ۲ نیز تغییرات توپولوژیکی چون حذف یا ادغام را در این حفره نمی‌بینیم و هر دوی آنها از لحظه اول تا سوم پایدار بوده اند.

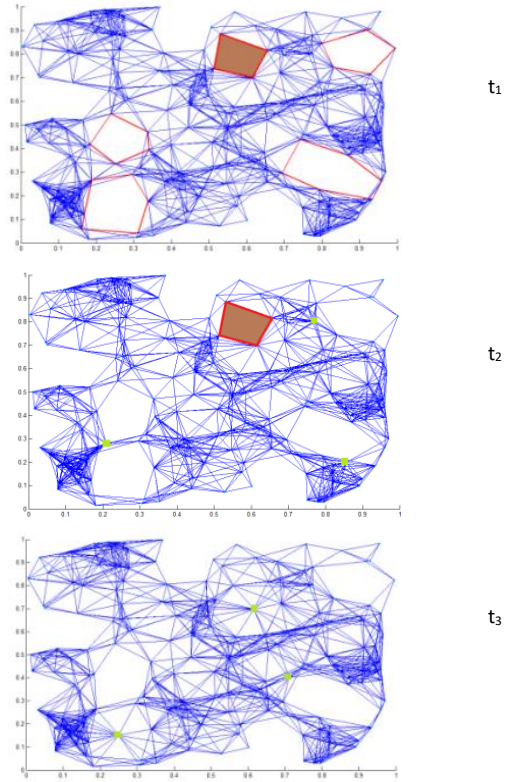
جریان هارمونیک بر روی حفره ۳ در شکل۷، ابتدا وجود یک حفره را نمایش می‌دهد. حرکت حسگر شماره ۱ از لحظه دوم تا لحظه ی سوم منجر به پوشش در این ناحیه گردیده است. به همین ترتیب در حفره ۵، به سبب حرکت حسگر ۲ از لحظه دوم تا سوم پدیده حذف حفره را مشاهده می‌کنیم. اما در حفره شماره ۴ با وجود حرکت حسگر ۱ و تغییر پوش محدب این حفره، هیچ تغییری در توپولوژی آن نخواهیم داشت.



شکل۷- جریان هارمونیک بر روی حفره ۳ از لحظه t_1 تا t_3



شکل۸- جریان هارمونیک بر روی حفره ۴ از لحظه t_1 تا t_3



شکل۹- جریان هارمونیک بر روی حفره ۵ از لحظه t_1 تا t_3

همانطور که در شکل۹ مشاهده می‌شود، حسگر شماره ۲ در لحظه اول دقیقا بر روی پوش محدب حفره ۱ قرار

دارد. ضمن حرکت در طی زمان t_2، حسگرهای مرزی تشکیل دهنده‌ی حفره ۱ تغییر می‌کنند .حرکت حسگر ۲ موجب هیچ پوشش یا تغییر توپولوژیکی در حفره‌ی ۱ نمی‌شود اما ضمن حرکت این حسگر از لحظه‌ی دوم تا لحظه‌ی سوم، ما شاهد عملگر حذف در توپولوژی حفره ۵ هستیم. حرکت حسگر ۲ از لحظه دوم تا سوم باعث تغییر رنک شبکه و اولین عدد بتی می شود.

یک نتیجه مهم این بررسی این است که روش پیشنهادی به دلیل تعداد مخابرات اندک و عدم نیاز به داده‌های اولیه و پیش‌پردازش، تنها به کمک مخابرات سریع بین حسگرها قادر به پاسخگویی مکان دقیق حفره در هر دقیقه می‌باشد. این مساله، بر خلاف روش‌های پیشین، قابلیت به هنگام بودن روش پیشنهادی را در محاسبه مکان فاقد پوشش یک شبکه حسگر متحرک نمایش می‌دهد.

۵- نتایج و پیشنهادها

هدف از این تحقیق بررسی پوشش در شبکه‌های حسگر متحرک با استفاده از دوگان‌های توپولوژی جبری و هارمونیک‌ها بود. بر اساس مطالعات پیشین تاکنون از این ابزار جهت بررسی یک پوشش در شبکه‌های حسگر متحرک استفاده نشده است. در مسیر تشخیص پوشش در یک شبکه حسگر متحرک ابتدا با کمک مجتمع‌های سادکی به شبیه سازی فضای شبکه پرداختیم و با استفاده از (کو)همولوژی و هارمونیک‌ها به تعداد و مکان دقیق حفره‌ها پی‌بردیم. نقاط قوت این روش عدم نیاز به هرگونه اطلاعات مکانی و جهت‌گیری می‌باشد.از دیگر امتیازهای این روش، سرعت بالا، ورودی‌ها و محاسبات محدود، عدم نیاز به فرض‌های اولیه و منطبق نبودن خروجی روش بر نتایج احتمالاتی است. ویژگی بارز این روش امکان محاسبات به‌هنگام آن است که در حیطه‌هایی چون مدیریت بحران، تشخیص و ردیابی اجسام پویا، تضمین امنیت مناطق حساس و کنترل برخی مراحل صنعتی قابل استفاده خواهد بود. همچنین عدم نیاز به حافظه بالا برای ذخیره داده‌ها در هر حسگر موجب کاهش هزینه‌ها می‌گردد. در راستای بهبود نتایج اخذ شده و همچنین ادامه کار در این مسیر، پیشنهاد می‌گردد که در مطالعات آتی به بررسی روش‌هایی برای کاهش این حفره‌ها و تشخیص نحوه جابجایی حسگرها برای دست‌یابی به کمترین حفره و بیشترین پوشش پرداخته شود.

مراجع

[1] Tahbaz-Salehi, A. and Jadbabaie, A.(2005). "Distributed coverage verification in sensor networks without location information." IEEE Transactions on Automatic Control. Vol.55, No.8, pp. 1837-1849

[2] Stefan, F. (2005) “Topological Hole Detection in Wireless Sensor Networks and its Applications.” Proc. Joint Workshop on Foundations of Mobile Computing, 2005 Sep 2, p. 44-53.

[3] Yao, J., Zhang, G., Kanno, J. and Selmic, R. (2009)."Decentralized detection and patching of coverage holes in wireless sensor networks." InSPIE Defense, Security, and Sensing, 2009 May 1, pp. 73520V-73520V

[4] Ghrist, R. and Muhammad, A.(2005)."Coverage and hole-detection in sensor networks via homology." InProceedings of the 4th international symposium on Information processing in sensor networks, 2005 Apr 24, p. 34

[5] De Silva, V. and Ghrist, R. Muhammad, A.(2005) "Blind Swarms for Coverage in 2-D." InRobotics, Science and Systems, 2005 Jun 8, pp. 335-342

[6] Fekete, SP. Kaufmann, M. Kröller, A. and Lehmann, K. (2005). "A new approach for boundary recognition in geometric sensor networks." Proc. 17th Canadian Conf. Computational Geometry,2005 Aug 1, pp. 82-85

[7] Wilkerson, AC., Chintakunta, H., Krim, H., Moore, TJ. and Swami, A.(2013). "A distributed collapse of a network's dimensionality," InGlobal Conference on Signal and Information Processing (GlobalSIP), 2013 IEEE, 2013 Dec 3, pp. 595-598

[8] Chintakunta, H. and Krim, H. (2014). "Distributed localization of coverage holes using topological persistence." IEEE Transactions on Signal Processing. Vol.62, No.10,2531-2541

[9] Muhammad A. and Egerstedt, M. "Control using higher order laplacians in network topologies" In Proc. of 17th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, 2006 Jul 5, pp. 1024–1038

[10] Wachs, M. and Dong, X.(2002)."Combinatorial Laplacian of the Matching Complex." Electronic Journal of Combinatorics, 2002 Feb 4,Vol.9, No.1, pp. 5-22

[11] Eduard, J. (1932). "Cech. Theorie generale de l'homologie dans un espace quelconque." Fundamenta Mathematicae, p.149–183.

[12] Zhang, H., and Hou, J.C. (2005). "Maintaining sensing coverage and connectivity in large sensor networks." Ad Hoc & Sensor Wireless Networks. Vol.11, No.2, pp.89-124

[13] Tian, D., and Georganas, N.D. (2002). "A coverage-preserving node scheduling scheme for large wireless sensor networks." InProceedings of the 1st ACM international workshop on Wireless sensor networks and applications, 2002 Sep 28, pp. 32-41

[14] Meguerdichian, S., Koushanfar, F., Qu, G. and Potkonjak, M. (2001) "Exposure in wireless ad-hoc sensor network." InProceedings of the 7th annual international conference on Mobile computing and networking,2001 Jul 16, pp. 139-150

[15] Li, XY., Wan PJ and Frieder O. (2003). "Coverage in wireless ad hoc sensor networks. IEEE Transactions on Computers." . Vol.52, No.6, pp. 753-63.

[16] Chintakunta, H. and Krim, H.(2010). "Divide and conquer: Localizing coverage holes in sensor networks." In Sensor Mesh and Ad Hoc Communications and Networks (SECON), 2010 7th Annual IEEE Communications Society Conference on, june 2010,pages 1-8

[17] Stillwell, J. (2012). "Classical topology and combinatorial group theory." Springer Science & Business Media. (Vol. 72).

[18] Busaryev, O., Cabello, . S., Chen, C., Dey,T. and Wang, Y.(2012). "Annotating simplices with a homology basis and its applications." Algorithm Theory–SWAT 2012, pages 189–200

[19] Erickson, J. and Whittlesey, K.(2005)."Greedy optimal homotopy and homology generators." In Proceedings of the sixteenth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms, pp. 1038–1046