نشریه علمی- ترویجی مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی، دوره هفتم، شماره ۱، اسفند ماه ۱۳۹۴

بررسی دقت مدل‌های جاذبی زمین در منطقه ایران

مهدی قهرمانی[۱]، یزدان عامریان[۲*]

[۱]کارشناس ارشد دانشکده مهندسی نقشه‌برداری- دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
mahdighahremani70@gmail.com

[۲]استادیار گروه ژئودزی- دانشکده مهندسی نقشه‌برداری- دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
amerian@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت خرداد ۱۳۹۴، تاریخ تصویب آذر ۱۳۹۴)

چکیده

اطلاعات زمینی و ماهواره‌ای مورد استفاده در تولید مدل‌های جاذبی زمین با افزایش کمی و کیفی و تنوع منابع زیادی مواجه بوده و در نتیجه دقت مدل‌های جاذبی زمین بهبود یافته و می‌توانند در تعیین ارتفاع ارتومتریک مورد استفاده قرار گیرند. ژئوئید به عنوان یک سطح هم پتانسیل از میدان ثقل زمین و سطح مبنای ارتفاعی در سیستم ارتفاعی ارتومتریک، دارای اهمیت و کاربردهای بسیاری در فعالیت‌های عمرانی، اکتشافی و اقیانوس‌شناسی است. هدف این مقاله ارزیابی دقت دو مدل جاذبی زمین EGM96 و EGM08 در منطقه ایران می‌باشد. برای این هدف، ارتفاع ژئوئید با استفاده از ضرایب هارمونیک کروی این دو مدل محاسبه گردید. سپس با معلوم بودن مختصات و ارتفاع ژئودتیک ایستگاه‌های ترازیابی دقیق در سه منطقه شمال شرق، غرب و جنوب ایران، ارتفاع ارتومتریک حاصل از دو مدل فوق به روش GPS/Levelling نیز برای ایستگاه‌های ترازیابی دقیق محاسبه گردید. ریشه میانگین مربعات تفاضل اختلاف ارتفاع ارتومتریک حاصل از ترازیابی دقیق و اختلاف ارتفاع ارتومتریک حاصل از GPS/Levelling نشان می‌دهد که در منطقه شمال شرق ایران دقت مدل EGM96 بیشتر از مدل EGM08 و در مناطق غرب و جنوب ایران دقت مدل EGM08 بیشتر از مدل EGM96 می‌باشد.

واژگان کلیدی: مدل‌های جاذبی زمین، EGM96، EGM08، GPS/Levelling

---

* نویسنده رابط

۱- مقدمه

با استفاده از روش‌های ماهواره‌ای، هوایی و زمینی، اطلاعات مورد نیاز جهت مدل‌سازی میدان ثقل زمین فراهم می‌گردد. با توجه به پوشش یکنواخت زمین توسط ماهواره‌های ثقل سنجی، می‌توان طول موج‌های بلند میدان ثقل زمین را با دقت خوبی در روش‌های ماهواره‌ای مدل‌سازی نمود. به همین دلیل در سال‌های گذشته ماهواره‌های ثقل‌سنجی بسیاری به کار گرفته شده است که ماهواره‌های GOCE، GRACE و CHAMP اشاره نمود [۳ و ۹]. از طرف دیگر دقت مدل‌سازی میدان ثقل زمین به روش ماهواره‌ای در طول موج‌های متوسط و کوتاه به علت فاصله زیاد ماهواره‌ها از زمین و عدم توانایی در حس کردن تغییرات جزئی، به شدت کاهش می‌یابد. برای اندازه‌گیری طول موج متوسط از روش‌های هوایی و همچنین برای اندازه‌گیری طول موج‌های کوتاه میدان ثقل زمین از روش‌های ثقل‌سنجی زمینی استفاده می‌شود [۳، ۴ و ۶].

با توجه مشکلات و محدودیت‌های اندازه‌گیری شتاب ثقل در کل سطح زمین، روش ثقل‌سنجی زمینی به تنهایی نمی‌تواند میدان ثقل زمین را در کلیه طیف‌های فرکانسی آن مشخص سازد. بنابراین در روش ترکیبی از داده‌های ماهواره‌ای و زمینی استفاده می‌شود. در این روش پتانسیل ثقل زمین به دو بخش شامل طول موج‌های بلند (w_l) و طول موج‌های کوتاه (w^l) تقسیم می‌شود.

$$w = w_l + w^l \qquad (۱)$$

به دلیل فاصله زیاد ماهواره‌های ثقل‌سنجی از زمین، امکان حس کردن فرکانس‌های بالای میدان ثقل زمین را ندارند و داده‌های آنها تنها شامل طول موج‌های بلند (فرکانس‌های پایین) میدان ثقل زمین است و از طرفی با توجه عدم پوشش کامل مشاهدات زمینی ثقل در کل کره زمین، این مشاهدات شامل طول موج‌های بلند (فرکانس‌های پایین) میدان ثقل زمین نمی‌باشد. مدل‌های جاذبی زمین[۱] که مدل ژئوپتانسیل زمین نیز نامیده می‌شوند، به روش ترکیبی محاسبه می‌شوند، این مدل‌ها شامل ضرایب بسط پتانسیل جاذبه زمین بر حسب هارمونیک‌های کروی یا بیضوی می‌باشند [۲]. این ضرایب که آنها را با $\overline{A}_{nm}$ و $\overline{B}_{nm}$ در این مدل‌ها نشان می‌دهند، ضرایب نرمال شده از درجه n و مرتبه m هستند (رابطه ۷).

مدل جاذبی زمین که توسط آژانس ملی اطلاعات مکانی امریکا[۲] در اواسط دهه۹۰ میلادی تولید شد، EGM96 نام دارد، این مدل شامل ضرایب هارمونیک کروی میدان جاذبه زمین تا درجه و مرتبه ۳۶۰ می‌باشد که با استفاده از داده‌های ثقل‌سنجی زمینی موجود در سراسر جهان، اطلاعات ثقل‌سنجی در حدود ۴۰ ماهواره، داده‌های ارتفاعی حاصل از منابع مختلف و داده‌های ارتفاع‌سنجی ماهواره‌ای محاسبه شده است. مدل ژئوپتانسیل بعدی با نام EGM08 شامل ضرایب هارمونیک کروی میدان جاذبه زمین تا درجه و مرتبه ۲۱۶۰ در سال ۲۰۰۷ میلادی در اختیار کاربران قرار گرفت، در این مدل از داده‌های اصلاح شده ثقل‌سنجی در سراسر جهان و اطلاعات جاذبی حاصل از داده‌های ماهواره GRACE نیز استفاده شده است. تولید مدل جدید EGM08 نیازمند داده‌ها ی ثقلی با پوشش جهانی در فواصل پنج دقیقه می‌باشد. این داده‌ها از ترکیب داده‌های ثقل‌سنجی زمینی، دریایی و هوایی و در نواحی اقیانوسی با استفاده از ماهواره‌های ارتفاع‌سنجی به بدست آمده است. بخش طول موج بلند این مدل با استفاده داده‌های ماهواره GRACE مدل‌سازی شده است که بسیار دقیق تر از اطلاعات مورد استفاده در مدل‌سازی طول موج بلند مدل EGM96 می‌باشد [۵ و ۷].

۲- تئوری استوکس در تعیین ژئوئید

رابطه انتگرال نیوتن برای محاسبه پتانسیل جاذبه یک جسم صلب کروی به صورت رابطه (۲) می‌باشد، که در آن W_g پتانسیل جاذبه حاصل از جسم صلب، G ثابت جهانی جاذبه، dm المان جرم، ρ فاصله بین المان جرم و نقطه جذب شونده، v حجم جسم صلب، σ چگالی جسم جاذب و dv المان حجم است.

$$W_g = G\iiint_v \frac{dm}{\rho} = G\iiint_v \frac{\sigma}{\rho} dv \qquad (۲)$$

رابطه (۳) پتانسیل گریز از مرکز را نشان می‌دهد که در این رابطه، W_c پتانسیل گریز از مرکز، ω سرعت

۱ Earth Gravitational Model: EGM

۲ National Geospatial-Intelligence Agency: NGA

دورانی زمین و (x, y) مختصات مسطحاتی نقطه جذب شونده در سیستم مختصات کارتزین می‌باشد.

$$W_c = \frac{1}{2}\omega^2\left(x^2 + y^2\right) \qquad (۳)$$

پتانسیل شتاب ثقل که مجموع پتانسیل جاذبه و پتانسیل گریز از مرکز است، به صورت رابطه (۴) خواهد بود.

$$\begin{aligned} W &= W_g + W_c \\ &= G\iiint_v \frac{\sigma}{\rho} dv + \frac{1}{2}\omega^2\left(x^2 + y^2\right) \end{aligned} \qquad (۴)$$

به دلیل عدم توزیع یکنواخت جرم در زمین، رابطه صریحی برای چگالی زمین وجود ندارد و در نتیجه محاسبه پتانسیل ثقل از رابطه فوق امکان پذیر نمی‌باشد. برای مدل‌سازی پتانسیل میدان ثقل زمین از معادله پوآسون پتانسیل ثقل که حاصل دیورژانس شتاب ثقل است، استفاده می‌شود [۸].

$$\nabla^2 W = -4\pi G\sigma + 2\omega^2 \qquad (۵)$$

رابطه فوق برای پتانسیل جاذبه در خارج زمین که چگالی زمین صفر است، تبدیل به معادله لاپلاس می‌شود که پس از حل معادله لاپلاس، رابطه (۶) برای پتانسیل جاذبه در بیرون زمین برحسب توابع هارمونیک کروی حاصل می‌شود [۸].

$$\begin{aligned} &\nabla^2 W_g = 0 \\ &W_g(\mathrm{r}, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{r}\left[1 + \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{a}{r}\right)^n \right. \\ &\left. \times\left[A_{nm} Y_{nm}^{c}(\varphi, \lambda) + B_{nm} Y_{nm}^{s}(\varphi, \lambda)\right]\right] \end{aligned} \qquad (۶)$$

که در این رابطه r فاصله نقطه محاسباتی تا مرکز جرم، φ عرض ژئوسنتریک، λ طول ژئوسنتریک، a شعاع کره متوسط، A_{nm}, B_{nm} ضرایب هارمونیک کروی و $Y_{nm}^{s}(\theta, \lambda)$، $Y_{nm}^{c}(\theta, \lambda)$ به ترتیب توابع هارمونیک کروی کسینوسی و سینوسی می‌باشند. در صورت بیان رابطه فوق برحسب هارمونیک‌های کروی نرمال، ارتباط ضرایب هارمونیک کروی نرمال $\bar{A}_{nm}, \bar{B}_{nm}$ با ضرایب هارمونیک کروی A_{nm}, B_{nm} به صورت رابطه زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned} \bar{A}_{n0} &= \frac{1}{\sqrt{2n+1}} A_{n0} && , m = 0 \\ \bar{A}_{nm} &= \sqrt{\frac{(n+m)!}{2(2n+1)(n-m)!}} A_{nm} && , m \neq 0 \\ \bar{B}_{nm} &= \sqrt{\frac{(n+m)!}{2(2n+1)(n-m)!}} B_{nm} \end{aligned} \qquad (۷)$$

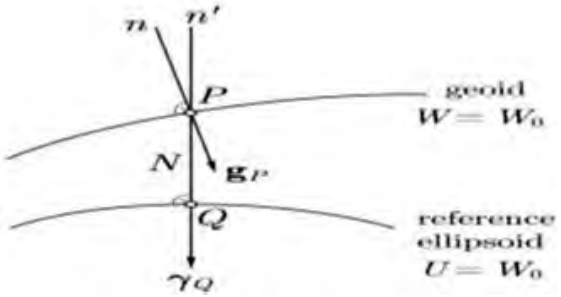
آنومالی پتانسیل (T) در هر نقطه بر روی ژئوئید برابر تفاضل پتانسیل ثقل واقعی (W) حاصل از میدان ثقل زمین و پتانسیل ثقل نرمال (U) حاصل از بیضوی مولد ثقل نرمال در سیستم مختصات کروی در آن نقطه می‌باشد [۸].

$$T_P = W_P - U_P \qquad (۸)$$

طبق فرمول برنز (رابطه ۹)، ارتفاع ژئوئید برابر حاصل تقسیم آنومالی پتانسیل (T_P) بر شتاب ثقل نرمال در روی بیضوی (γ_Q) می‌باشد [۸].

$$N = \frac{T_P}{\gamma_Q} \qquad (۹)$$

در تعیین ژئوئید به روش ترکیبی، از روش استوکس جهت تعیین درجات بالای ژئوئید با استفاده از مشاهدات زمینی شتاب ثقل استفاده می‌شود.



شکل ۱- ارتباط بین ژئوئید و بیضوی مرجع [۸]

۳- تعیین ژئوئید با استفاده از ضرایب ژئوپتانسیل

ارتفاع ژئوئید را می‌توان با استفاده از ضرایب ژئوپتانسیل ارائه شده در قالب مدل‌های جاذبی زمین به صورت زیر محاسبه نمود [۸].

$$N\left(r,\varphi,\lambda\right)=\frac{GM}{r\gamma}\sum_{n=2}^{N_{\max}}\left(\frac{a}{r}\right)^{n}\times\sum_{m=0}^{n}\left(\overline{R}_{nm}\cos m\lambda+\overline{q}_{nm}\sin m\lambda\right)\times\overline{P}_{nm}\left(\sin\varphi\right) \qquad (۱۰)$$

که در آن ضرایب ژئوپتانسیل نرمال شده با استفاده از روابط زیر به دست می‌آید.

$$\overline{R}_{nm}=\begin{cases}\overline{J}_{nm}-\overline{J}_{n}^{(N)}, m=0\\ \overline{J}_{nm}, m\neq 0\end{cases} \qquad (۱۱)$$
$$\overline{q}_{nm}=\overline{k}_{nm}$$

$\overline{J}_{nm}$ و $\overline{k}_{nm}$ در رابطه (۱۱) همان ضرایب هارمونیک های کروی هستند که در قالب مدل‌های ژئوپتانسیل منتشر می‌شوند و $\overline{J}_{n}^{(N)}$ ضرایب هارمونیک کروی زونال بیضوی مرجع می‌باشد. مقدار $\overline{J}_{n}^{(N)}$ برای درجات فرد برابر صفر و برای درجات زوج از رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود.

$$\overline{J}_{n}^{(N)}=\left(-1\right)^{\frac{n}{2}}\frac{3e^{3}+\left(1-\frac{n}{2}+\frac{5J_{2}^{(N)}}{2e^{2}}n\right)}{\left(n+1\right)\left(n+3\right)\sqrt{2n+1}} \qquad (۱۲)$$
$$J_{2}^{(N)}=0.108263\times10^{-2}$$

۴- روش GPS/Levelling

رابطه (۱۳) ارتباط بین ارتفاع ژئودتیک (h)، ارتفاع ارتومتریک (H) و ارتفاع ژئوئید (N) را نشان می‌دهد[۸].

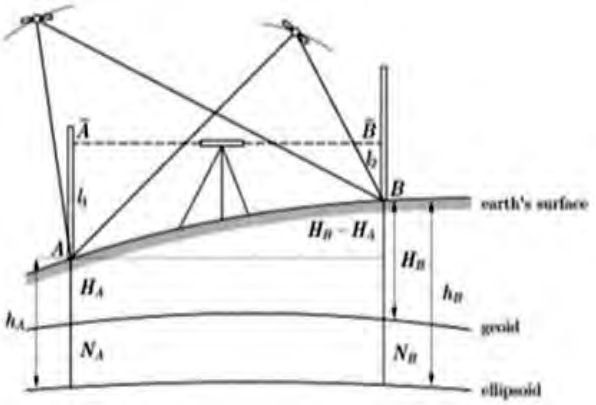
$$h=H+N \qquad (۱۳)$$

در GPS/Levelling با معلوم بودن ارتفاع ژئودتیک (از مشاهدات سیستم تعیین موقعیت جهانی[۱]) و ارتفاع ژئوئید، امکان تعیین ارتفاع ارتومتریک نقطه با استفاده از رابطه (۱۳) فراهم می‌شود. در شکل (۲) ملاحظه می‌شود که به این روش امکان تعیین اختلاف ارتفاع ارتومتریک دو نقطه با استفاده از رابطه (۱۴) وجود دارد. هم چنین با معلوم بودن ارتفاع ژئودتیک و ارتفاع ارتومتریک یک نقطه امکان تعیین ارتفاع ژئوئید در آن نقطه فراهم می‌شود [۱ و ۸].

$$H_{B}-H_{A}=h_{B}-h_{A}-N_{B}+N_{A} \qquad (۱۴)$$

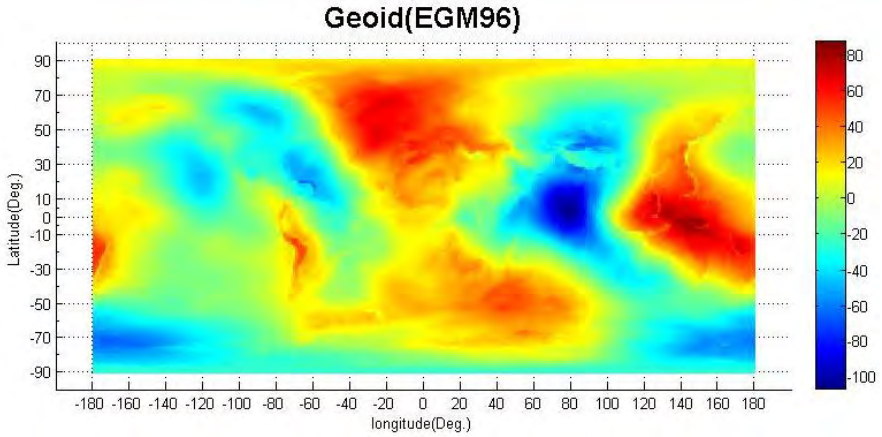
۵- بررسی دقت ژئوئید محاسبه شده از مدل‌های جاذبی زمین در منطقه ایران

با استفاده از ضرایب ژئوپتانسیل مدل‌های جاذبی زمین و رابطه (۱۰)، ارتفاع ژئوئید در کل کره زمین محاسبه گردید. شکل شماره (۳) ژئوئید محاسبه شده با استفاده از ضرایب هارمونیک کروی تا درجه و مرتبه ۳۶۰ مدل EGM96 و شکل شماره (۴) ژئوئید محاسبه شده با استفاده از ضرایب هارمونیک کروی تا درجه و مرتبه ۲۱۹۰ مدل EGM08 را نشان می‌دهند.

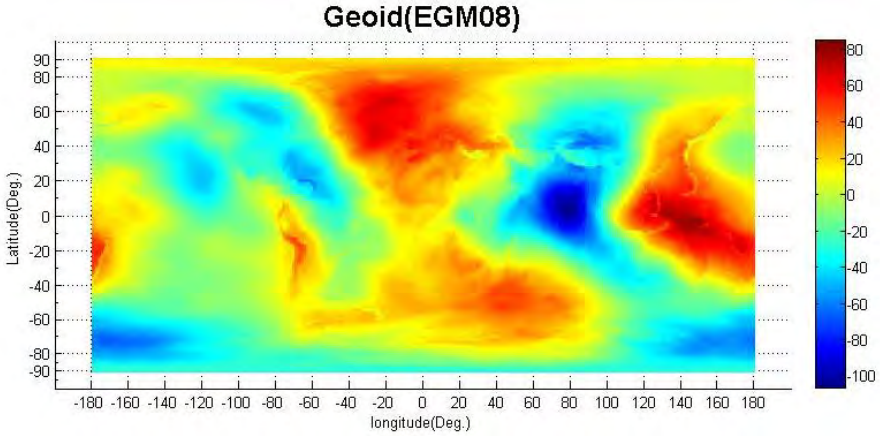


شکل ۲- روش GPS/Levelling [۸]

۱ Global Positioning System: GPS

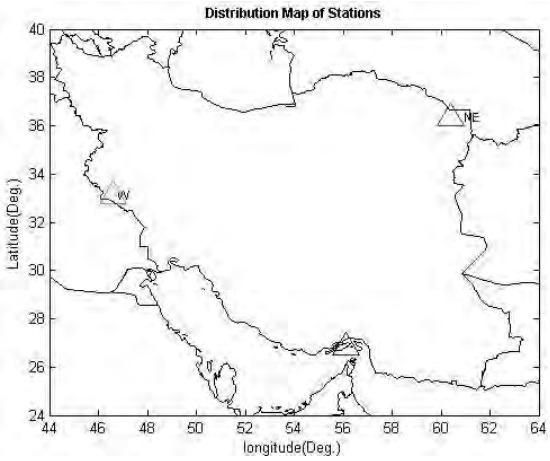


شکل۳- ژئوئید حاصل از ضرایب ژئوپتانسیل EGM96



شکل ۴- ژئوئید حاصل از ضرایب ژئوپتانسیل EGM08

از اطلاعات سه منطقه در شمال شرق، غرب و جنوب ایران جهت بررسی دقت مدل ژئوئید محاسبه شده از مدل جاذبی زمین در منطقه ایران استفاده گردید (شکل ۵). این اطلاعات شامل ارتفاع ارتومتریک ایستگاه‌های ترازیابی و هم چنین مختصات و ارتفاع ژئودتیک دقیق این ایستگاه‌ها که حاصل پردازش تفاضلی مشاهدات گیرنده های دو فرکانسه GPS است، می‌باشد.



شکل ۵- سه منطقه مورد مطالعه

در هر یک از این مناطق سه ایستگاه را انتخاب نموده و ارتفاع ژئوئید این نقاط با توجه به معلوم بودن مختصات ژئودتیک آنها، با استفاده از ضرایب ژئوپتانسیل مدل‌های جاذبی زمین در قالب رابطه (۱۰) محاسبه گردید. سپس با استفاده از ارتفاع ژئودتیک نقاط و ارتفاع ژئوتید محاسبه شده و با استفاده از رابطه GPS/Levelling، ارتفاع ارتومتریک نقاط محاسبه گردید. به توجه احتمال عدم انطباق سطح مبنای[۱] ارتفاعی ترازیابی دقیق و سطح مبنای ارتفاعی حاصل از مدل‌های جاذبی زمین، مقایسه ارتفاع ارتومتریک حاصل از GPS/Levelling با ارتفاع ارتومتریک حاصل از ترازیابی دقیق ایستگاه‌ها، نمی‌تواند معیار درستی جهت بررسی دقت مدل‌های جاذبی زمین باشد. در نتیجه جهت بررسی دقت مدل‌های جاذبی زمین، اختلاف ارتفاع ارتومتریک حاصل از GPS/Levelling بین هر دو ایستگاه با اختلاف ارتفاع ارتومتریک حاصل از ترازیابی دقیق مقایسه گردید. اختلاف ارتفاع بین نقاط مستقل از سطح مبنای ارتفاعی خواهد بود.

۱ Height Datum

جدول شماره (۱) شامل مختصات ژئودتیک ایستگاه های ترازیابی در هر منطقه است. ستون سوم جدول شماره (۲) شامل اختلاف ارتفاع ارتومتریک حاصل از ترازیابی دقیق بین هر دو ایستگاه ترازیابی در هر منطقه می‌باشد. در ستون های چهارم و پنجم به ترتیب اختلاف ارتفاع ارتومتریک حاصل از GPS/Levelling بین این نقاط در دو حالت استفاده از ضرایب ژئوپتانسیل EGM96 و EGM08 آورده شده است. در ستون های ششم و هفتم به ترتیب تفاضل اختلاف ارتفاع ارتومتریک حاصل از ترازیابی دقیق و اختلاف ارتفاع ارتومتریک حاصل از GPS/Levelling در دو حالت استفاده از ضرایب ژئوپتانسیل EGM96 و EGM08 آورده شده است. مقادیر این ستون‌ها را می‌توان میزان خطای هر یک از مدل‌های جاذبی زمین در مدل‌سازی میدان ثقل زمین در نظر گرفت. در نتیجه از ریشه میانگین مربعات[1] این مقادیر جهت برسی دقت این مدل‌ها در هر یک از مناطق استفاده می‌شود.

۶- نتیجه گیری

عملیات و محاسبات لازم جهت تعیین ارتفاع ارتومتریک نقاط به روش ترازیابی دقیق نیازمند هزینه و وقت بسیاری است. از طرفی امروزه امکان بکارگیری مدل‌های جاذبی زمین جهت تعیین ارتفاع ارتومتریک نقاط به روش GPS/Levelling وجود دارد. در این تحقیق ارتفاع ژئوئید نقاط با استفاده از ضرایب هارمونیک کروی مدل جاذبی زمین EGM96 و EGM08 محاسبه و با استفاده از رابطه GPS/Levelling، ارتفاع ارتومتریک نقاط تعیین گردید. جهت اجتناب از خطای مربوط به عدم انطباق احتمالی سطح مبنای ارتفاعی ترازیابی دقیق و سطح مبنای ارتفاعی حاصل از مدل‌های جاذبی زمین، در بررسی دقت مدل های جاذبی زمین به جای مقایسه ارتفاع ارتومتریک حاصل از GPS/Levelling با ارتفاع ارتومتریک حاصل از ترازیابی دقیق ایستگاه‌ها، اختلاف ارتفاع ارتومتریک حاصل از GPS/Levelling بین هر دو ایستگاه با اختلاف ارتفاع ارتومتریک حاصل از ترازیابی دقیق مقایسه گردید. ریشه میانگین مربعات تفاضل اختلاف ارتفاع ارتومتریک حاصل از ترازیابی دقیق و اختلاف ارتفاع ارتومتریک حاصل از GPS/Levelling نشان می‌دهد که در منطقه شمال شرق ایران دقت مدل EGM96 بیشتر از مدل EGM08 و در مناطق غرب و جنوب ایران دقت مدل EGM08 بیشتر از مدل EGM96 می‌باشد و هم چنین دقت هر دو مدل در منطقه غرب ایران بهتر از سایر مناطق می‌باشد. منابع داده مدل EGM08 بیشتر و دقیق‌تر از منابع مدل EGM96 می‌باشد، در نتیجه انتظار می‌رود که در منطقه شمال شرق ایران نیز نتایج به مانند سایر مناطق باشد. به دلیل محدودیت دسترسی به نقاط GPS/Levelling بیشتر در منطقه شمال شرق، امکان بررسی بیشتر و تعیین علت احتمالی از قبیل خطا در محاسبات یا مشاهدات شبکه ترازیابی و یا خطا در مشاهدات و محاسبات GPS وجود ندارد. نتیجه کلی اینکه در صورت نیاز به تعیین اختلاف ارتفاع ارتومتریک با دقت کمتر از ریشه میانگین مربعات تفاضلات جدول شماره (۲)، می‌توان از مدل‌های جاذبی زمین در قالب روش GPS/Levelling به جای ترازیابی دقیق جهت محاسبه اختلاف ارتفاع ارتومتریک نقاط استفاده نمود، که این امر به اندازه قابل توجهی موجب کاهش زمان و هزینه عملیات و محاسبات می‌گردد.

جدول ۱- مختصات ژئودتیک ایستگاه های ترازیابی در مناطق مختلف

Area	Station	Name	Latitude	**Longitude**
North East	1	BEBN1059	36°18’03.3736”N	60°36’06.1849”E
	2	BEBN1062	36°19’36.1406”N	60°39’48.6017”E
	3	BEBN1064	36°21’10.6105”N	60°42’25.8570” E
West	1	BPI 1009	33˚05′34.580534″N	46˚22′33.200788″E
	2	BPI 1011	33˚05′33.653676″N	46˚26′42.248337″E
	3	BPI 1014	33˚04′53.222496″N	46˚31′51.959338″E
South	1	QE-G1029	26˚58′25.38699″N	56˚14′58.26413″E
	2	QE-G1043	26˚50′17.08746″N	56˚08′2.13756″E
	3	QE-G1050	26˚44′46.88758″N	56˚00′44.88576″E

[1] Root Mean Square: RMS

جدول ۲- مقایسه اختلاف ارتفاع ارتومتریک حاصل از ترازیابی و حاصل از GPS/Levelling بین نقاط

Area	Stations	$\Delta H_{Levelling}$ (Precise Levelling)	ΔH_{EGM96} (GPS/Levelling)	ΔH_{EGM08} (GPS/Levelling)	$\Delta H_{Levelling}$ - ΔH_{EGM96}	$\Delta H_{Levelling}$ - ΔH_{EGM08}
North East	1-2	-82.5654	-82.6505	-82.4842	0.0851	-0.0812
	2-3	-40.5029	-39.9883	-39.792	-0.5146	-0.7109
	1-3	-123.0683	-122.6388	-122.2762	-0.4295	-0.7921
	RMS				**0.3901**	**0.6163**
West	1-2	71.5028	71.5815	71.3967	-0.0787	0.1061
	2-3	5.5428	5.6853	5.5376	-0.1425	0.0052
	1-3	77.0456	77.2668	76.9343	-0.2212	0.1113
	RMS				**0.1586**	**0.0888**
South	1-2	4.747	5.3409	5.146	-0.5939	-0.3990
	2-3	-3.624	-3.3731	-3.6896	-0.2509	0.0656
	1-3	1.123	1.9678	1.4564	-0.8448	-0.3334
	RMS				**0.6136**	**0.3026**

مراجع

[۱] آزموده اردلان، ع.، صفری،ع.، ۱۳۸۷، ارائه روشی برای ترکیب ژئوئید حاصل از GPS/Levelling با گرانی‌سنجی در یک مسئله مقدار مرزی تعیین ژئوئید، مجله فیزیک زمین و فضا، دوره ۳۴، شماره ۳، صفحه ۷۹-۹۲

[۲] شریفی، م.ع.، نیکو، م.، عباس زاده ،م.، ۱۳۸۹، روشی نوین در ارزیابی دقت مدل‌های ژئوپتانسیل در مطالعه منطقه ایران، مجله فیزیک زمین و فضا، دوره ۳۶، شماره ۴، صفحه ۲۹-۳۹

[۳] صفری،ع. شریفی،م.ع. و فروغی، ا. ، ۱۳۹۲، مدل‌سازی محلی میدان گرانی زمین با استفاده از تابع‌های پایه شعاعی، بررسی موردی: مدل‌سازی میدان گرانی در سواحل خلیج فارس، مجله فیزیک زمین و فضا، دوره ۳۹، شماره ۳، صفحه ۳۳-۴۸

[۴] گلی، م.، نجفی علمداری، م.، ونیچک، پ.، ۱۳۹۱، استفاده از فضای بدون توپوگرافی برای حل مسئله مقدار مرزی استوکس- هلمرت، مجله فیزیک زمین و فضا، دوره ۳۸، شماره ۳، صفحه ۱۴۷-۱۵۹

[۵] لاری، ک. ، ابره دری، م. ۱۳۹۱، تلفیق اطلاعات ارتفاع‌سنجی ماهواره‌های T/P و Jason_1 برای تعیین توپوگرافی سطح دریا در خلیج فارس و دریای عمان، مجله علوم و فنون دریایی، دوره ۱۱، شماره ۳، صفحه ۳۱-۴۱

[۶] مقتصدآذر، خ.، نجفی علمداری، م.، ۱۳۸۶، تعیین مدل ماهواره‌ای مناسب برای محاسبه اسفروئید در ایران، مجله دانشکده فنی، جلد ۳۴، شماره ۳، صفحه ۴۵-۵۳

[۷] عمادی، ر.، نجفی علمداری، م.، سبزواری،م.، ۱۳۹۰ تعیین پتانسیل ژئوئید با استفاده از داده‌های ارتفاع سنجی ماهواره‌ای و GRACE، انجمن سنجش از دور و GIS ایران، سال سوم، شماره ۱، صفحه ۴۵-۵۴

[8] Hofmann-Wellenhof, B. and Moritz, H., (2006), Physical Geodesy. Springer Wien NewYork, Second corrected edition.

[9] Kiamehr, R. and Eshagh M., (2008), EGMlab, a scientific software for determining the gravity and gradient components from global geopotential models, Springer-Verlag.